9ième Atelier en Evaluation de Performances

Aussois 1-4 juin 2008

Intégration des flux inverses dans la gestion des stocks et de la production

Hichem ZERHOUNI, Jean-Philippe GAYON and Yannick FREIN

9ième Atelier en Evaluation de Performances

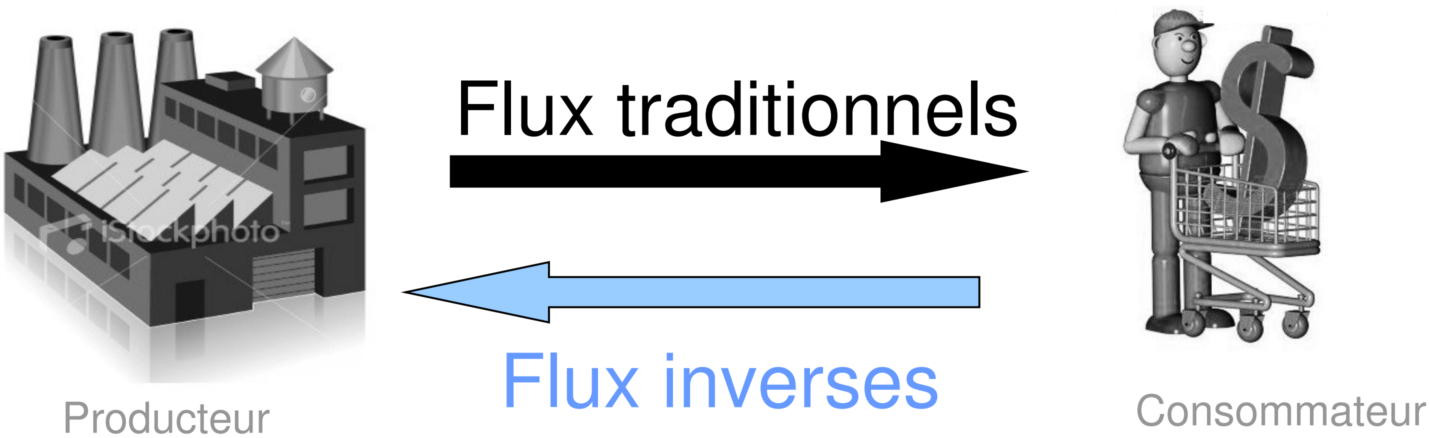
Aussois 1-4 juin 2008

Pilotage d'un système de production avec retours de produits corrélés aux demandes

Hichem ZERHOUNI, Jean-Philippe GAYON and Yannick FREIN

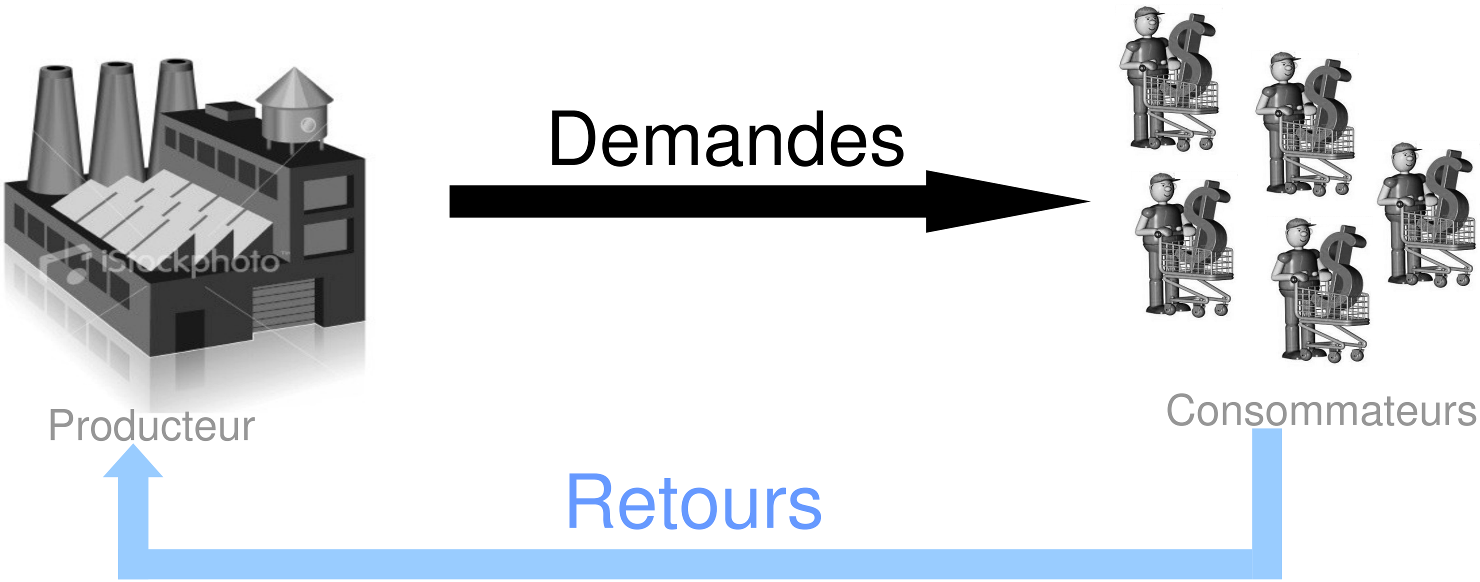
Centre National de la Recherche Scientifique **Institut National Polytechnique de Grenoble** **Université Joseph Fourier**

Introduction



- Récupération / réutilisation de produits (raisons écologiques, légales and économiques)
- Retours de produits ➔ compliquent la gestion des stocks

Introduction



- Comment piloter un tel système ?
- Faut-il tenir compte de la dépendance ?

littérature

- Logistique inverse
  - Fleishmann *et* al. (1997)
  - Carter & Ellram (1998)
- Dépendance demande/retours
  - De Brito & Dekker (2001)
  - Kiesmüler & van der Laan (2001)
- Modèles stochastiques
  - Gayon (2007)

Plan

- Modèle I : Retours de produits **non corrélés** aux demandes
  - Politique optimale
  - Calcul du base stock optimal
- Model II : Retours de produits **corrélés** aux demandes
  - Politique optimale
  - Calcul du base stock optimal
- Effet de la dépendance : étude numérique
- Conclusion & Travaux & Perspectives

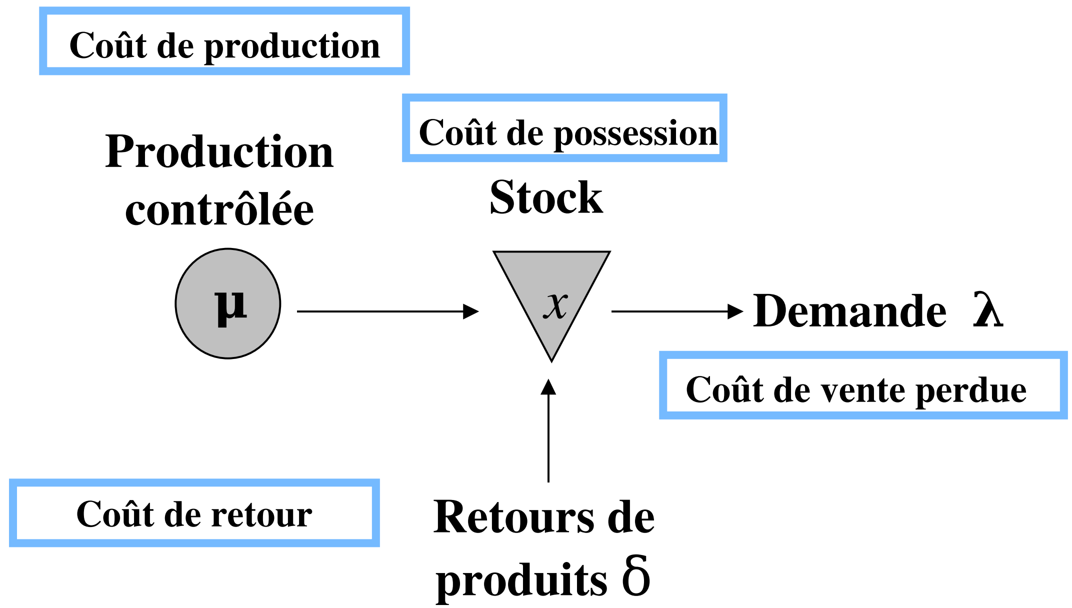
Modèle I :

Retours de produits **non corrélés** aux demandes

Modèle I

Retours de produits **non corrélés** aux demandes

- Etat du system à t :
  - Niveau du stock x



- Décisions à prendre :
  - Produire ou non
- Objectif :
  - Caractériser la politique optimale qui minimise le coût moyen

Processus de décision markovien

- $v^{\pi}(x)$: coût total estimé actualisé total à horizon infini associé à la politique π et à l'état initial x

$$v^{\pi}(x) = E_x^{\pi}\Bigg[\int_0^{+\infty} e^{-\beta\, t}\, \overbrace{c_p x}^{\text{Coût de } \textbf{production}}\, dt + \int_0^{+\infty} e^{-\beta\, t}\, \overbrace{c_h x}^{\text{Coût de } \textbf{possession}}\, dt$$

$$+ \int_0^{+\infty} e^{-\beta\, t}\, \underbrace{c_l\, \overbrace{dN_d(t)}^{\text{Number of Unsatisfied demands}}}_{\text{Coût de } \textbf{ventes perdues}} + \int_0^{+\infty} e^{-\beta\, t}\, \underbrace{c_r\, \overbrace{dN_r(t)}^{\text{Number of returned demands}}}_{\text{Coût de } \textbf{retours}}\Bigg]$$

Processus de décision markovien

- $v^{\pi}(x)$: coût total estimé actualisé total à horizon infini associé à la politique π et à l'état initial x

Politique optimale : π^*

$$v^{\pi^*} \equiv v^*(x) = \min_{\pi} v^{\pi}(x)$$

Processus de décision markovien

- $v^{\pi}(x)$: coût total estimé actualisé total à horizon infini associé à la politique π et à l'état initial x
- Equations d'optimalité : $v^*(x) = Tv^*$

Où l'opérateur T est défini comme :

$$Tv(x) = \frac{1}{\gamma}\left[c_h(x) + \mu T_1 v(x) + \lambda\,(1-p)\,T_2 v(x) + \lambda\,p\,T_3 v(x)\right]$$

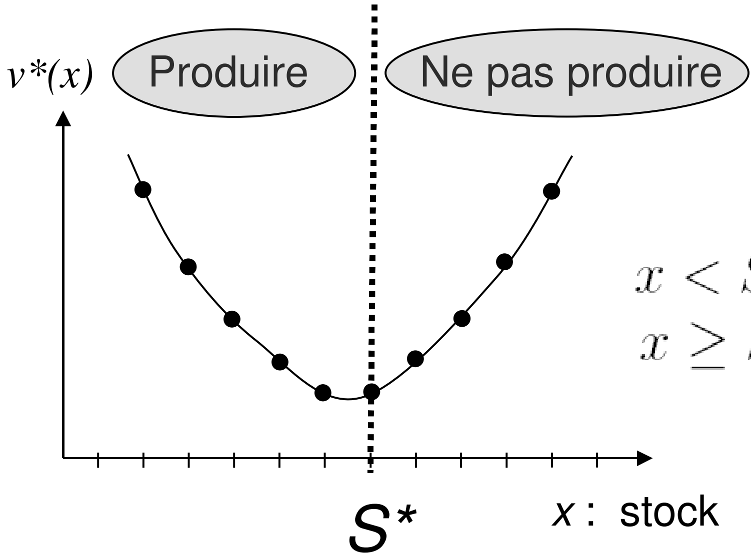
$$T_1 v(x) = \min[v(x), v(x+1) + c_p]$$

$$T_2 v(x) = \begin{cases} v(x-1) & if\ x > 0 \\ v(x) + c_l & if\ x = 0 \end{cases}$$

$$T_3 v(x) = v(x+1) + cr$$

Politique optimale

- Preuve : $v^*(x)$ est convexe en x
  - $\Delta v(x) = v(x+1) - v(x)$ est croissant in x
  - Preuve par itération



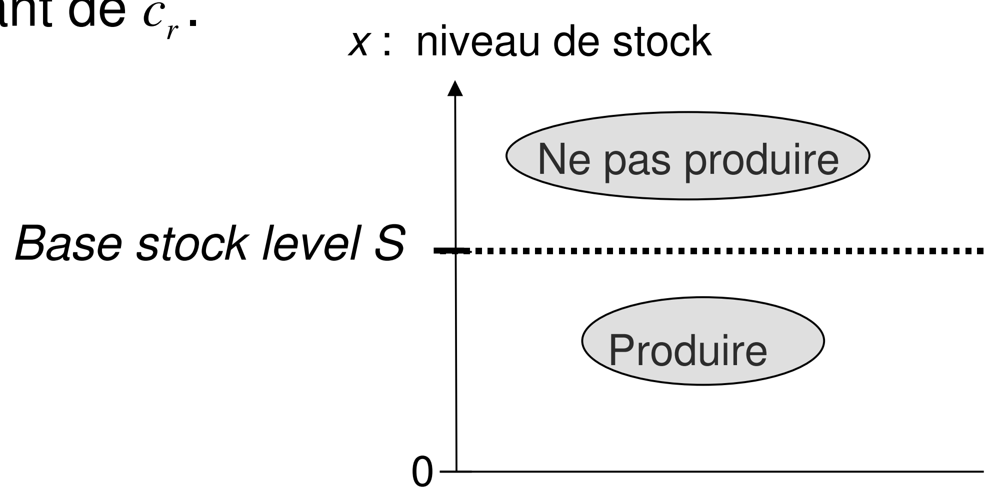
$$x < S \ : \ \text{Produire} \Leftrightarrow \Delta v(x) \leq 0$$
$$x \geq S \ : \ \text{Ne pas produire} \Leftrightarrow \Delta v(x) \geq 0$$

Politique optimale

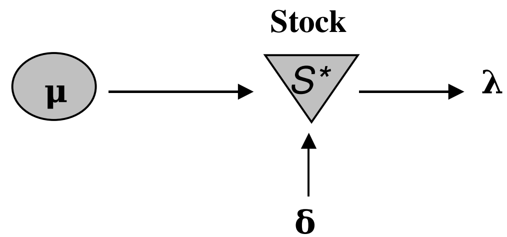
- La politique optimale est une politique **base stock.**

Il existe *S (**base-stock level**)* tel que :

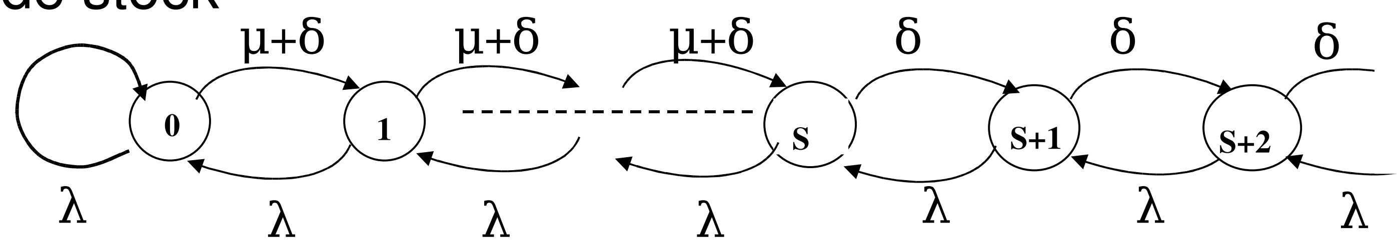
- Si x < *S*, produire
- If x ≥ *S*, ne pas produire
- *S** est décroissant avec μ, δ, c_h, croissant avec λ, c_l et est indépendant de c_r .



Calcul du S optimal



- Chaîne de Markov à temps continu représentant le niveau de stock



- Probabilités stationnaires:

$$\pi_x = \begin{cases} \rho_1^{-x}\pi_0 & \text{if } 0 \le x \le S \\ \rho_1^{-S} p^{x-S}\pi_0 & \text{if } x \ge S \end{cases}$$

$$\pi_0 = \begin{cases} \rho_1^S \left(\frac{1-\rho_1^{S+1}}{1-\rho_1} + \frac{p}{1-p} \right)^{-1} & \text{if } \rho_1 \neq 1 \\ \frac{1-p}{1+S(1-p)} & \text{if } \rho_1 = 1 \end{cases}$$

avec $\rho_1 = \dfrac{\lambda}{\mu + \delta}$

Calcul du *S* optimal

- Coût total moyen pour un base-stock level *S* donné:

$$C(S) = \underbrace{C_h(S)}_{\text{Coûts de possession}} + \underbrace{C_l(S)}_{\text{Coûts de ventes perdues}} + \underbrace{C_p(S)}_{\text{Coûts de production}} + \underbrace{C_r(S)}_{\text{Coûts des retours}}$$

$$C_h(S) = \begin{cases} c_h \pi_0 \left(\frac{\rho_1^{S+1} - \rho_1 - \rho_1 S + S}{\rho_1^S \; (1-\rho_1)^2} + \frac{1}{\rho_1^S} \; \frac{p(1+qS)}{q^2} \right) & \text{if } \rho_1 \neq 1 \\ c_h \pi_0 \left[\frac{S(S+1)}{2} + \frac{p(1+qS)}{q^2} \right] & \text{if } \rho_1 = 1 \end{cases}$$

$$C_l(S) = \lambda c_l \pi_0$$

$$C_p(S) = \mu c_p \left(1 - \frac{\rho_1^{-S} \; \pi_0}{q} \right)$$

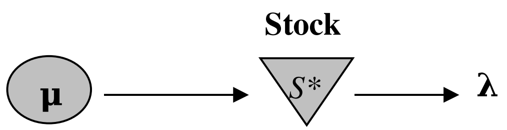
$$C_r(S) = \delta \; c_r$$

Calcul du S optimal

- $S \in [0, S_{max}]$

$$\boxed{S_{optimal} = S^* = \min_{[0,S_{max}]} C(S)}$$

$$S_{max} = S^*_{modèle\ sans\ retours}$$



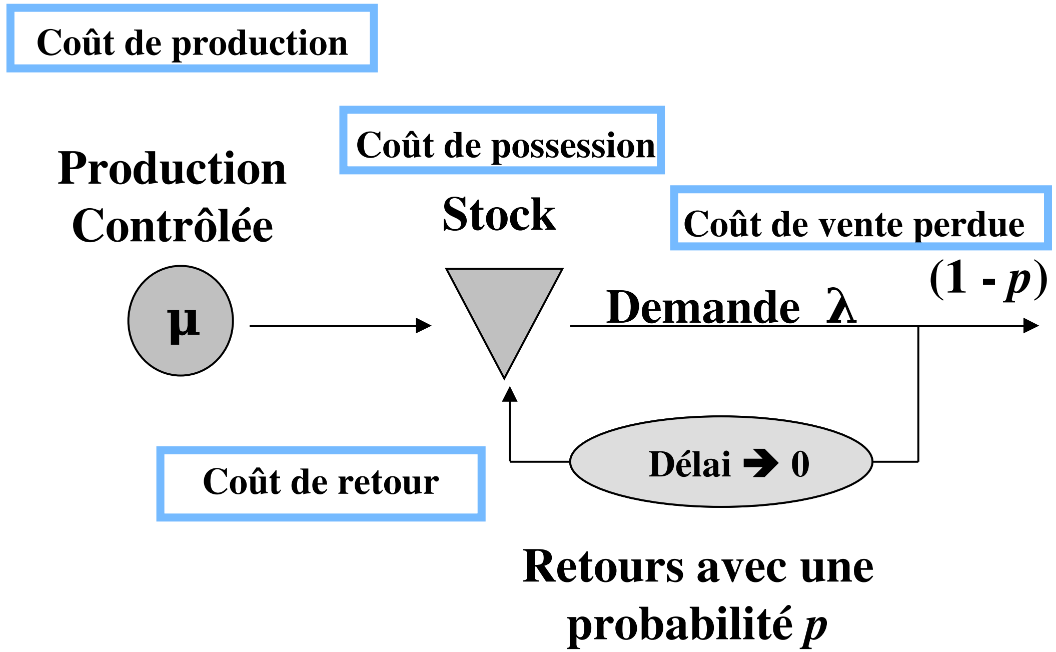
Modèle II :

Retours de produits **corrélés** aux demandes

Modèle II

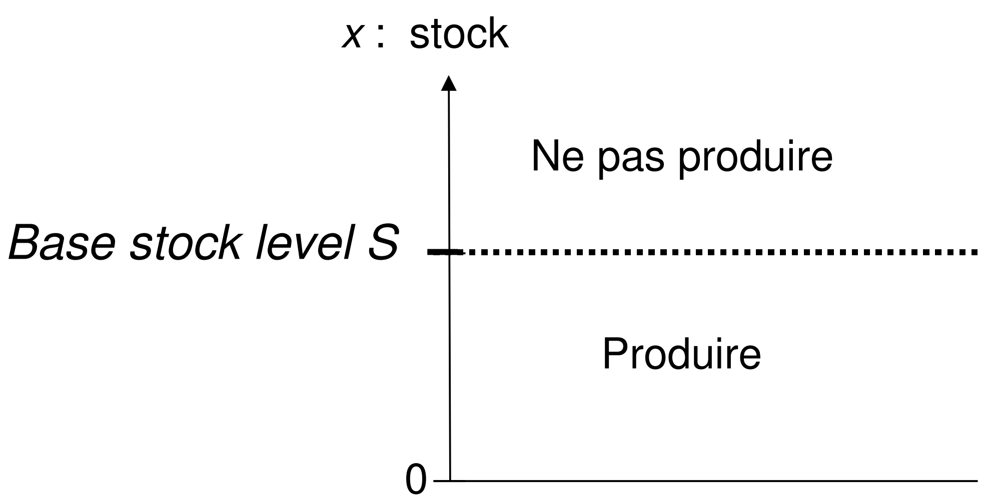
Retours de produits **corrélés** aux demandes

- Etat du system à t :
  - Niveau du stock x
- Décisions à prendre :
  - Produire ou non
- Objectif :
  - Caractériser la politique optimale

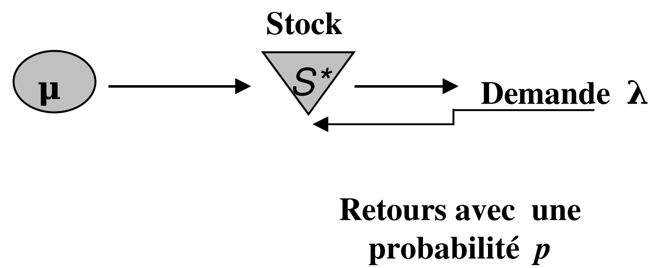


Politique optimale

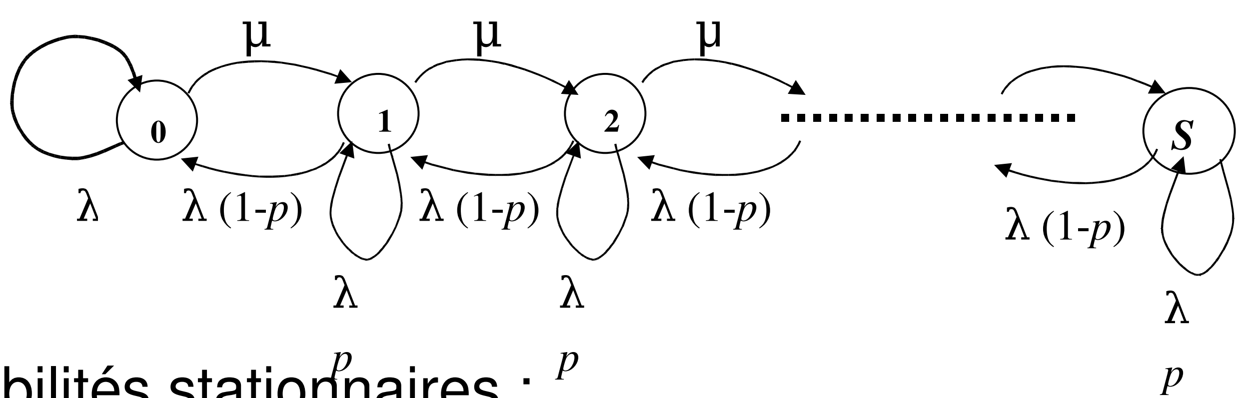
- La politique optimale : politique **base stock.**
  - Vérifiée numériquement
  - Démontrée analytiquement sous conditions ($c_r = c_l$)



Calcul du S optimal



- Chaîne de Markov à temps continu (niveau de stock)



- Probabilités stationnaires :

$$\pi_x = \begin{cases} \dfrac{\rho_2^{S-x}(1-\rho_2)}{1-\rho_2^{S+1}} & \text{if } \rho_2 \neq 1 \\ \dfrac{1}{S+1} & \text{if } \rho_2 = 1 \end{cases} \qquad \text{avec} \quad \rho_2 = \frac{q\lambda}{\mu}$$

G-SCOP

Computation of the optimal *S*

- Coût total moyen pour un base-stock level *S* donné:

$$C(S) = C_h(S) + C_l(S) + C_p(S) + C_r(S)$$

$C_h(S) = \begin{cases} c_h \dfrac{\rho_2^{S+1} - \rho_2 - \rho_2 S + S}{(1-\rho_2)(1-\rho_2^{S+1})} & \text{if } \rho_2 \neq 1 \\ c_h \dfrac{S}{2} & \text{if } \rho_2 = 1 \end{cases}$	$C_l(S) = \lambda\, c_l\, \pi_0$
$C_p(S) = \mu c_p (1 - \pi_S)$	$C_r(S) = \lambda\, p\, c_r\, (1 - \pi_0)$

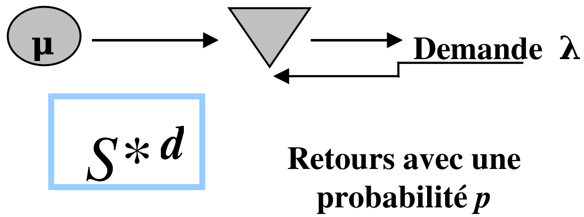
$$\boxed{S_{optimal} = S^* = \min_{[0,S_{max}]} C(S)}$$

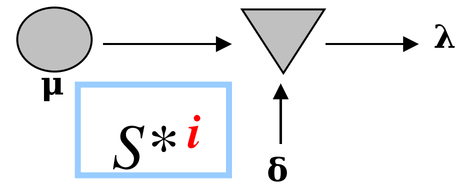
Effet de la dépendance

Etude numérique

G-SCOP

Etude numérique





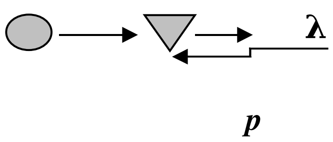
- Politique optimale du modèle dépendant : S^{*d}; $C^{\prime}(S^{*\prime})$
- Heuristique du modèle dépendant : S^{*i}

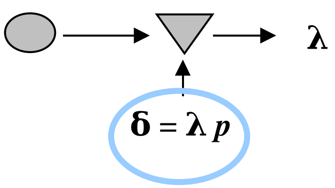
$$\Delta C = \frac{C^{\prime}(S^{*i}) - C^{d}(S^{*d})}{C^{d}(S^{*d})}$$

Quel est le surcoût résultant si l'on ignore la corrélation entre la demande et les retours ?

Etude numérique

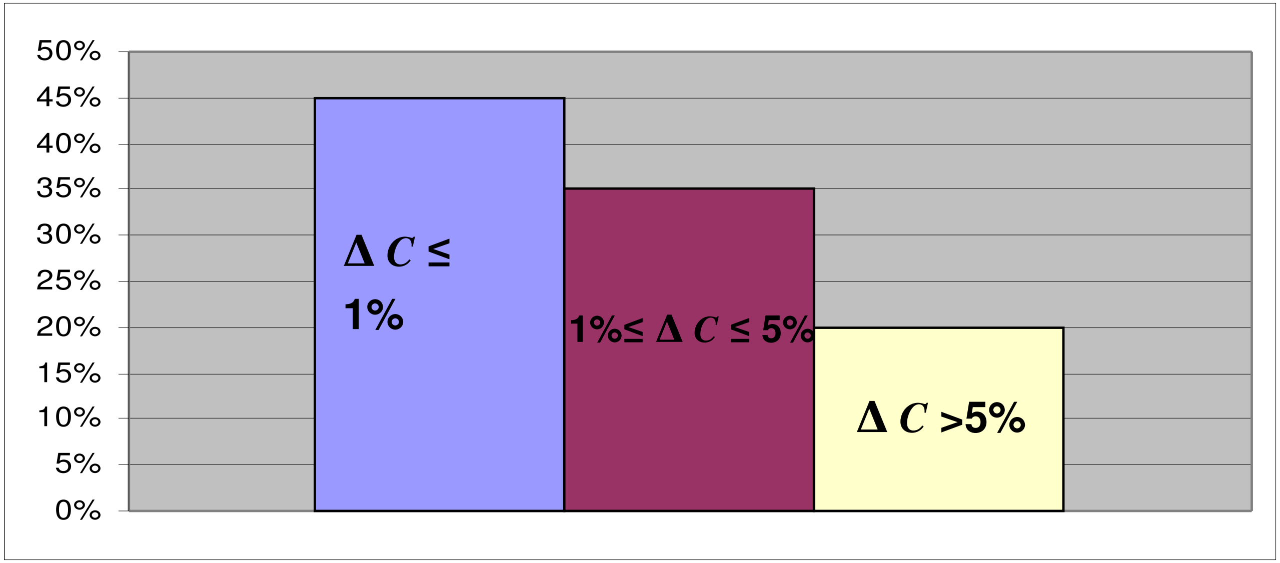
- Instances :
  - $\mu = 1$
  - $c_h = 1$
  - $\lambda \in \{0.2, 0.4, \ldots, 2\}$
  - $p \in \{0.05, 0.10, \ldots, 0.95\}$
  - $c_p \in \{0, 1, 2, 4, \ldots, 512\}$
  - $c_l \in \{1, 2, 4, \ldots, 512\}$
  - $c_r \in \{1, 2, 4, \ldots, 512\}$





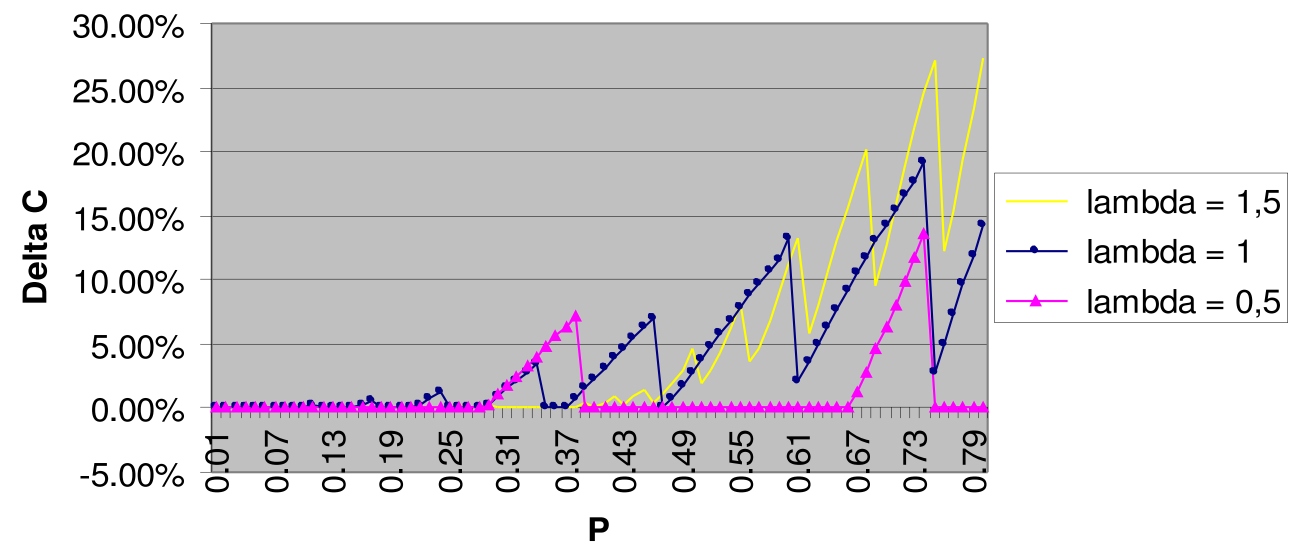
Etude numérique

- 60000 instances
- $\Delta\ C \leq 1\%$ (45% des instances)
- $\Delta\ C > 5\%$ (20% des instances)



Etude numérique

- Influence de p sur ΔC



$\mu = 1, \delta = 0.2, c_h = 1, c_p = 0, c_l = 16, cr = 4$

	$p \leq 30\%$	$p \leq 25$ %	$p \leq 15$ %	$p \leq 10$ %
$\Delta C \leq$	6,93 %	5,14 %	1,94 %	1,18 %

Etude numérique

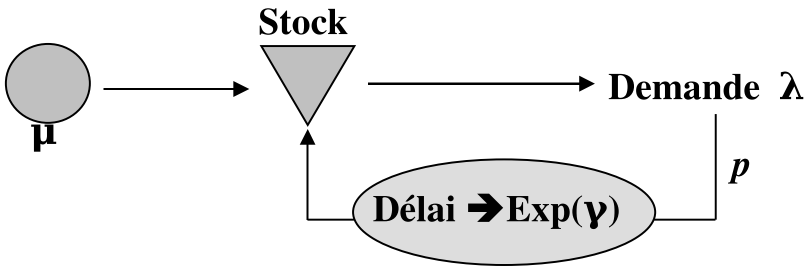
- ΔC relativement sensible à λ
- ΔC relativement sensible à c_l
- ΔC peu sensible à c_r

Conclusion

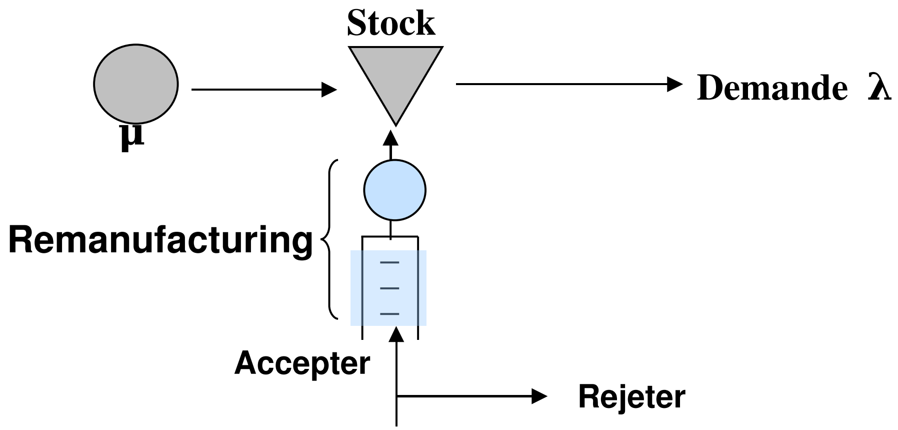
- Caractérisation de la politique optimale :
  - Modèle indépendant
  - Modèle dépendant (cr = cl)
  - Monotonicité de S* en fonction des paramètres du système
- Base stock calculé pour les deux modèles
- Influence de la dépendance (demande/retours) sur le coût moyen:
  - Performance (cout) principalement influencée par le pourcentage des produits retournés (*p*).

Travaux & Perspectives

- Modèle dépendant avec délai de retour non-nul
  - Retour observables
  - Retours non-observables



- Introduction du remanufacturing avec option de rejet



Questions ?