Comparaison des politiques DPS

Natalia Osipova

Doctorante

INRIA Sophia Antipolis, France

Introduction

- DPS – Discriminatory Processor Sharing
  - Classes de jobs
  - Serveur unique
  - Capacité obtenue par chaque job fonction de
    - Nombre de jobs présents dans le système
    - Vecteur des poids
- Vecteur des poids
  - Priorité à certaines classes des jobs
  - Contrôle des taux de service des jobs
  - Optimisation des paramètres du système
- Problème – complexité du système

Introduction

- Applications
  - Réseaux de communication
  - Applications web
  - Modélisation de flux TCP
  - Weighted Round Robin

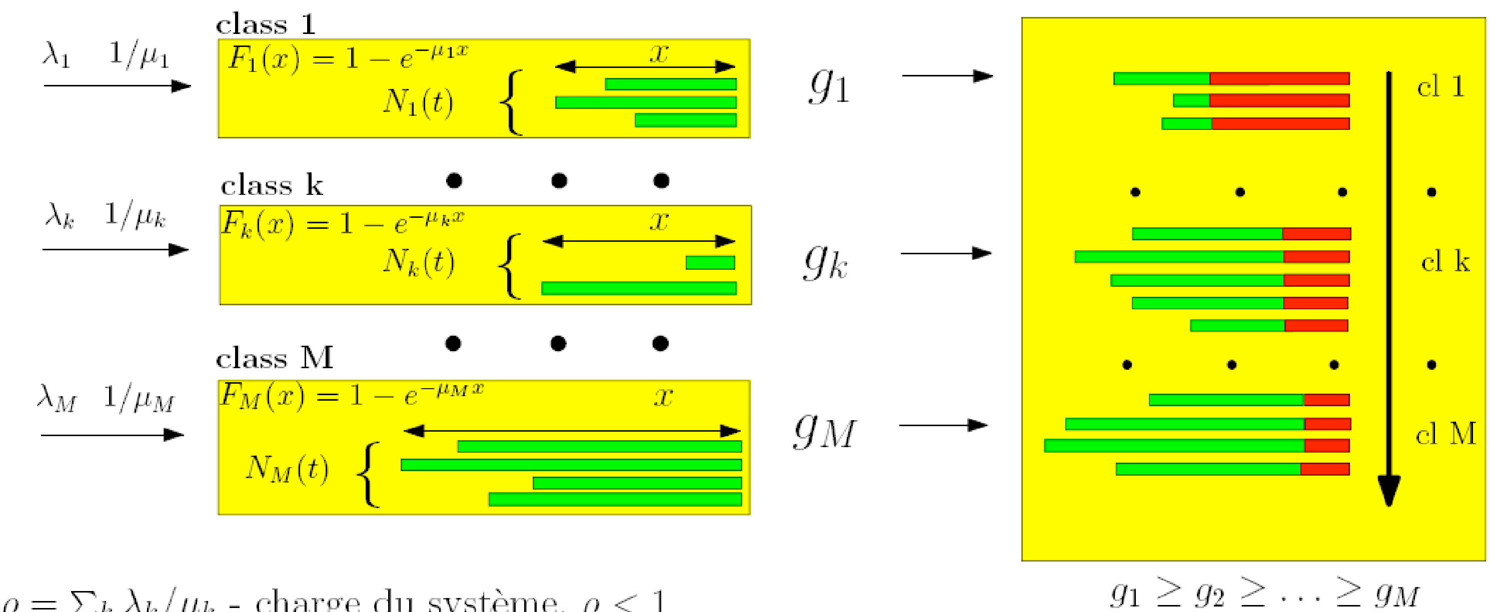
Formulation du modèle DPS

Arrivée de Poisson

$F_k(x)$ - distribution de la taille des jobs pour la classe k, de moyenne $1/\mu_k$

$N_k(t)$ - nombre de jobs présents dans le système

Serveur



$\rho = \sum_k \lambda_k/\mu_k$ - charge du système, $\rho < 1$

$g = (g_1, \ldots, g_M)$ - attribue la priorité aux jobs présents dans le système

$\frac{g_k}{\sum_{j=1}^{M} g_j N_j(t)}$ - taux pour chaque job dans la classe k

Temps moyen de service DPS

- Temps moyen de service
- L'article de G. Fayolle, I. Mitrani, R. Iasnogorodski, "Sharing a Processor Among Many Job Classes", 1980.
- Solution du système d'équations linéaires:

$$\overline{T}_k \left(1 - \sum_{j=1}^{M} \frac{\lambda_j g_j}{\mu_j g_j + \mu_k g_k} \right) - \sum_{j=1}^{M} \frac{\lambda_j g_j \overline{T}_j}{\mu_j g_j + \mu_k g_k} = \frac{1}{\mu_k}, \quad k = 1, \ldots, M.$$

$$\overline{T}^{DPS} = \sum_{k=1}^{M} \frac{\lambda_k}{\lambda} \overline{T}_k, \quad \text{où} \quad \lambda = \sum_{k=1}^{M} \lambda_k.$$

Temps moyen de service DPS

- Problème – minimisation de $\overline{T}^{DPS}(g)$
- Trouver le vecteur g* tel que

$$\overline{T}^{DPS}(g^*) = \min_g \overline{T}^{DPS}(g)$$

- Solution – politique $\mu\text{-}rule$
- Priorité stricte aux jobs de la classe de moyenne minimale
- Pas toujours “fair”

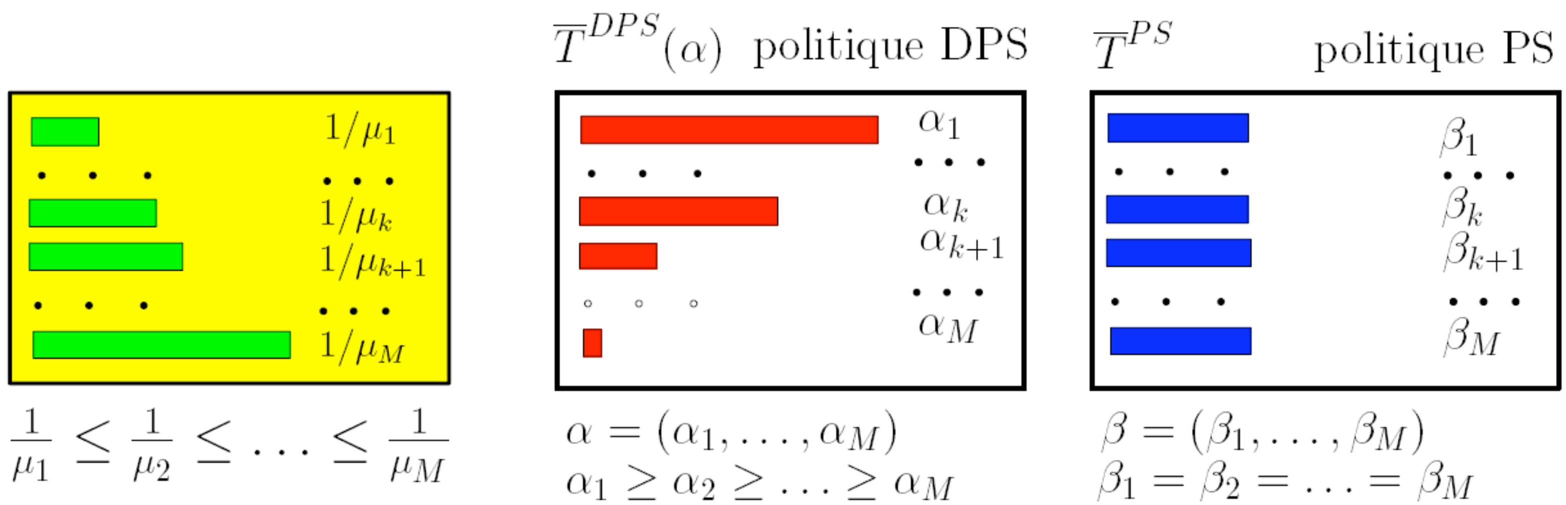
Temps moyen de service DPS

- La politique PS partage la capacité du serveur entre tous les jobs du système également, “fair”
- Comparaison de DPS et PS – trouver l’ensemble G des vecteurs tel que

$$\overline{T}^{DPS}(g^*) \leq \overline{T}^{PS}, \quad \forall g^* \in G$$

- DPS - compromis entre les politiques PS et $\mu\text{-}rule$
- Solution –
  - K. Avrachenkov, U. Ayesta, P. Brown, R. Nunez-Queija, “Discriminatory Processor Sharing revisited”, 2005
  - Kim and Kim, “Comparison of DPS and PS systems according to DPS weights”, 2006

Comparaison de DPS et PS



$$\boxed{\overline{T}^{DPS}(\alpha) \leq \overline{T}^{PS}}$$

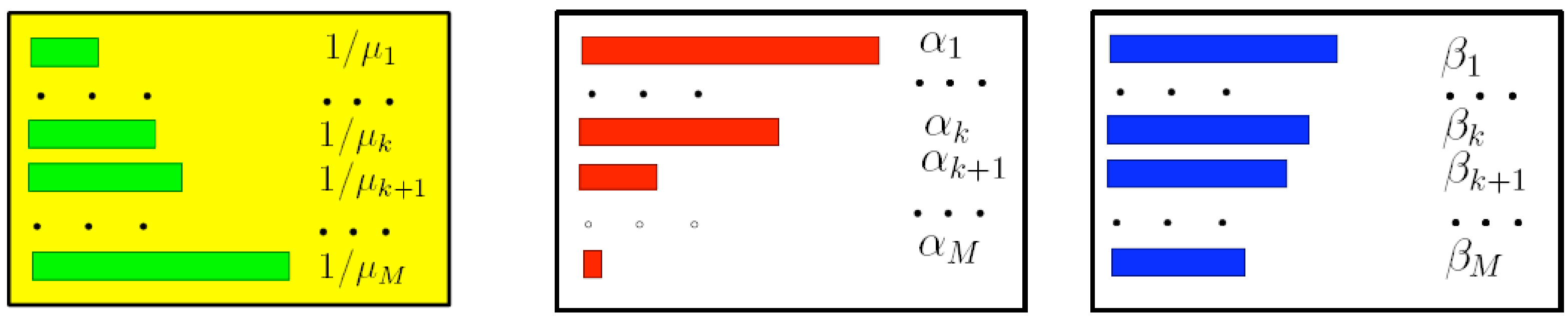
Comparaison des DPS

- Notre problème:
  - Problème plus général
  - Comparaison de deux politiques DPS
  - Monotonicité du temps moyen de service
- Formulé par
  - Kim and Kim, “Comparison of DPS and PS systems according to DPS weights”, 2006

Comparaison des DPS

Explication du Théorème

$\overline{T}^{DPS}(\alpha)$ $\overline{T}^{DPS}(\beta)$



$\frac{1}{\mu_1} \leq \frac{1}{\mu_2} \leq \ldots \leq \frac{1}{\mu_M}$

$\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_M)$
$\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \ldots \geq \alpha_M$

$\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_M)$
$\beta_1 \geq \beta_2 \geq \ldots \geq \beta_M$

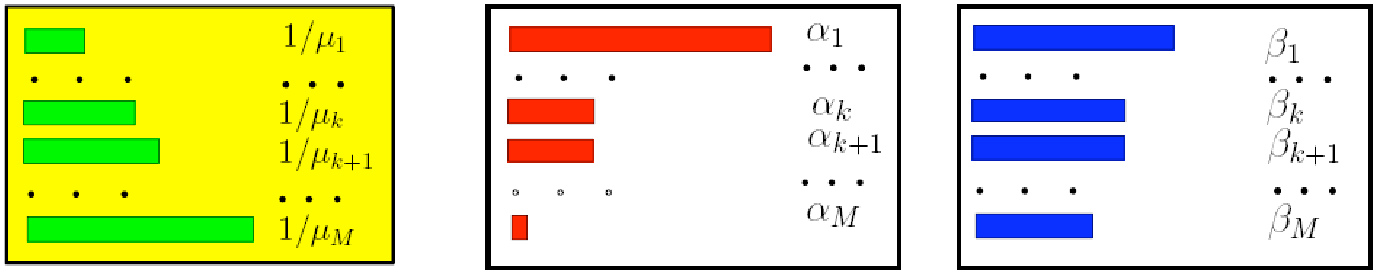
$$\frac{1/\mu_k}{1/\mu_{k+1}} \leq 1 - \rho, \quad k = 1, \ldots, M-1$$

$$\frac{\alpha_k}{\alpha_{k+1}} \geq \frac{\beta_k}{\beta_{k+1}}, \quad k = 1, \ldots, M-1$$

$$\boxed{\overline{T}^{DPS}(\alpha) \leq \overline{T}^{DPS}(\beta)}$$

Explication du Théorème - remarque

$\overline{T}^{DPS}(\alpha)$ $\overline{T}^{DPS}(\beta)$



$$\frac{1}{\mu_1} \leq \frac{1}{\mu_2} \leq \ldots \leq \frac{1}{\mu_M}$$

$\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_M)$
$\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \ldots \geq \alpha_M$

$\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_M)$
$\beta_1 \geq \beta_2 \geq \ldots \geq \beta_M$

$$\frac{1/\mu_k}{1/\mu_{k+1}} \leq 1 - \rho, \quad k = 1, \ldots, M-1$$

$$\frac{\alpha_k}{\alpha_{k+1}} \geq \frac{\beta_k}{\beta_{k+1}}, \quad k = 1, \ldots, M-1$$

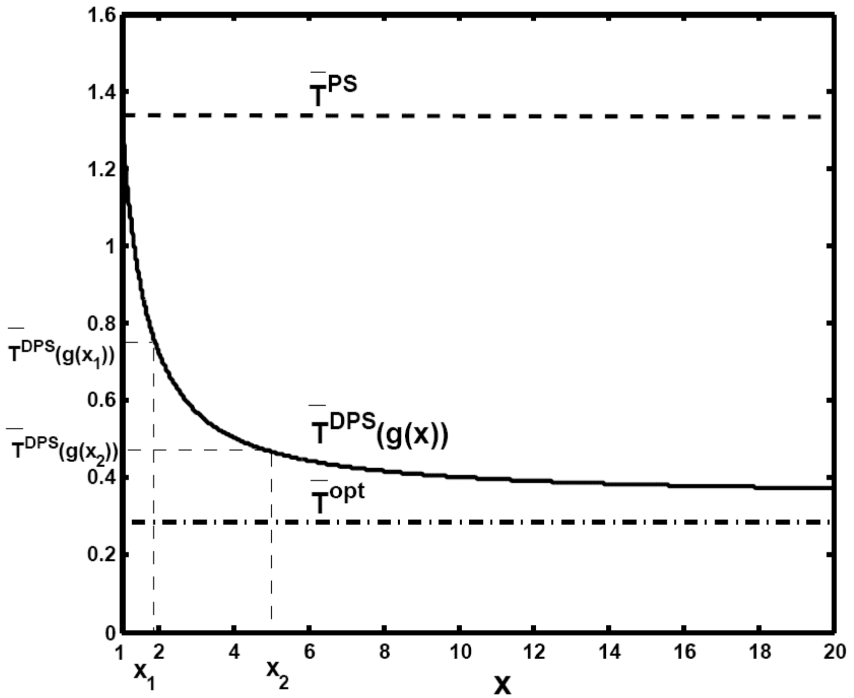
Si pour deux classes k et $k+1$: $\frac{1/\mu_k}{1/\mu_{k+1}} > 1 - \rho$,
alors nous proposons de choisir
$\alpha_k = \alpha_{k+1}$ et $\beta_k = \beta_{k+1}$.

$$\overline{T}^{DPS}(\alpha) \leq \overline{T}^{DPS}(\beta)$$

Démonstration du Théorème

- Structure de la preuve
  - Système linéaire
  - Forme matricielle
  - Matrice

Résultats numériques restriction satisfaite



- Chaque x>1 dénote le vecteur des poids
- Si $x_1<x_2$:

$$\frac{g_{i+1}(x_1)}{g_i(x_1)} \leq \frac{g_{i+1}(x_2)}{g_i(x_2)}, i = 1, 2$$

- La restriction est satisfaite

$$\frac{1/\mu_k}{1/\mu_{k+1}} \leq 1 - \rho, \quad k = 1, \ldots, M-1$$

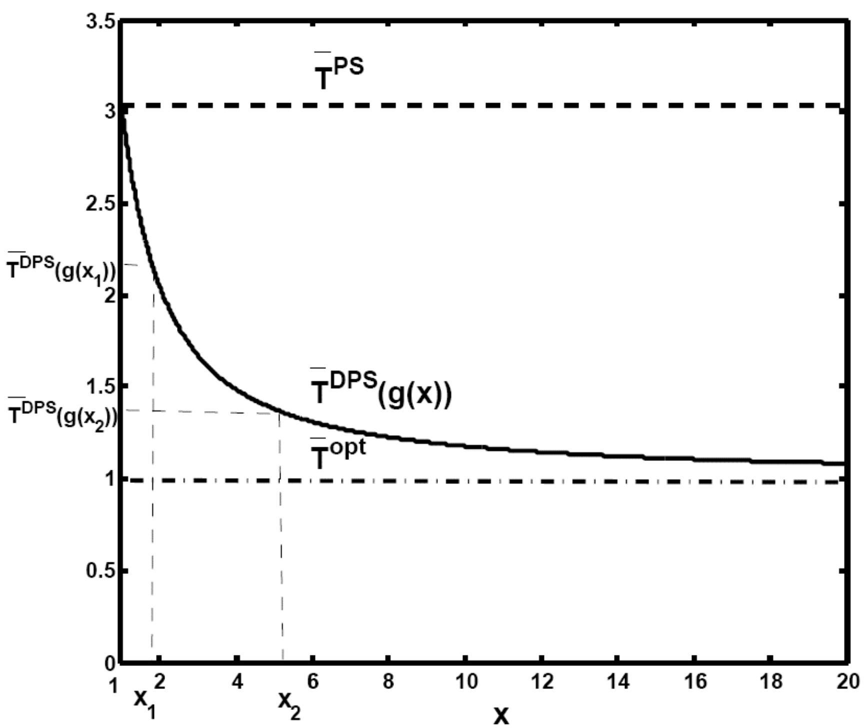
- 3 classes
- Les paramètres sont:

$$\lambda_1 = 18, \lambda_2 = 0.1, \lambda_3 = 0.0004,$$
$$\frac{1}{\mu_1} = 0.04, \frac{1}{\mu_2} = 2, \frac{1}{\mu_3} = 100,$$
$$\rho = 0.96$$

- L'ensemble des vecteurs

$$g(x) \;=\; (g_1(x), g_2(x), g_3(x))$$
$$g_i(x) = x^{-i}, i = 1, 2, 3$$

Résultats numériques restriction non satisfaite



- Chaque x>1 dénote le vecteur des poids
- Si $x_1<x_2$:

$$\frac{g_{i+1}(x_1)}{g_i(x_1)} \leq \frac{g_{i+1}(x_2)}{g_i(x_2)}, i = 1, 2$$

- La restriction n'est pas satisfaite

$$\frac{1/\mu_k}{1/\mu_{k+1}} \leq 1 - \rho, \quad k = 1, \ldots, M-1$$

- 3 classes
- Les paramètres sont:

$$\lambda_1 = 11, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 0.04,$$
$$\frac{1}{\mu_1} = 0.65, \frac{1}{\mu_2} = 0.2, \frac{1}{\mu_3} = 1,$$
$$\rho = 0.97$$

- L'ensemble des vecteurs

$$g(x) \;=\; (g_1(x), g_2(x), g_3(x))$$

$$g_i(x) = x^{-i}, i = 1, 2, 3$$

Conclusion

- Temps moyen de service
  - Monotonicité en fonction du choix du vecteur des poids
  - Plus le vecteur des poids est proche de la politique stricte, plus le temps moyen est petit
- Restriction sur le système
  - Suffisante, mais pas nécessaire
  - Peut être surmontée
  - Résultats numériques corrects même si la restriction n’est pas satisfaite
- Futur travail – montrer le cas général

Merci pour votre attention!

☺

Contacts

- Natalia Osipova

mail: Natalia.Osipova@sophia.inria.fr

Konstantin Avrachenkov

mail: K.Avrachenkov@sophia.inria.fr

- Patrick Brown

mail: Patrick.Brown@orange-ft.com